Método de Newton-Raphson

O **método de Newton-Raphson**, desenvolvido por Isaac Newton e Joseph Raphson, tem o objetivo de estimar as raízes de uma função. O primeiro passo é escolher uma aproximação inicial. Após isso, calcula-se a equação da reta tangente (por meio da derivada) da função nesse ponto e a interseção dela com o eixo das abcissas, a fim de encontrar uma melhor aproximação para a raiz. Repetindo-se o processo, cria-se um método iterativo para encontrarmos a raiz da função.

O método iterativo é dado por:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n \in \mathbb{N}$$

Onde x_n é uma aproximação inicial dada, n indica a n-ésima iteração do algoritmo e $f'(x_n)$ é a derivada da função f no ponto x_n.

CONDIÇÕES DE CONVERGÊNCIA

As condições suficientes de convergência podem ser estabelecidas com mais rigor:

- Seja $[a, b]$ um intervalo que contém uma só raiz da equação $f(x) = 0$. A sucessão de valores x_i gerados pelo método de Newton-Raphson é monótona e limitada pela raiz x_0 (portanto convergente) se:

1. $f'(x) \neq 0, \forall x \ \in [a, b]$;

2. $f''(x)$ é de sinal constante em $]a, b[$, ou seja, $f''(a). f''(b) > 0$;

3. O valor inicial x_0 for o extremo do intervalo $[a, b]$, em que $f(x_0). f''(x_0) < 0$, isto é toma-se $x_0 = a \ ou \ x_0 = b$ de modo que $f(x_0)$ e tenham o mesmo sinal.

IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO E VIZUALIZAÇÃO GRÁFICA NO COMPOSE

Uma análise deste método foi feita no Compose no intervalo [0, 1.6] para a função $f(x) = x^4 - \sin(x + 12) - \cos(\mathrm{x})$ cuja derivada é $f'(x) = 4x^3 - \cos(x + 12) + \sin x$.

Abaixo temos o código:

```
clear
close('all')
clc
f = @(x) x.^4 - sin(x+12) - cos(x);
df = @(x) 4*x.^3 - cos(x+12) + sin(x);

intervalo_tgts  = 0.8:0.1:1.4;

t= [0:0.1:1.6];
plot(t,f(t));
hold on

x = 1.5;
x_old = 100;
x_true = 0.0623776;
iter = 0;
while abs(x_old-x) > 10^-3 && x ~= 0
    x_old = x;
    np = @(x) x - f(x)/df(x);
    x = np(x);
    reta = @(r) df(x)*(r-x) + f(x);

    %plotando as etapas
    cor = [100/(iter+1), 255/(iter+1), 20]; %cor varia
    plot(intervalo_tgts,reta(intervalo_tgts),':','Color',cor);
    plot(x,0,'MarkerFaceColor',cor);
    plot(x,f(x),'MarkerFaceColor',cor);
     iter = iter + 1;
    fprintf('Iteração %d: x=%.20f, err=%.20f\n', iter, x, x_true-x);
    pause
end
```

Figura 1 - Código no Compose

Este programa plota uma visualização gráfica do método:

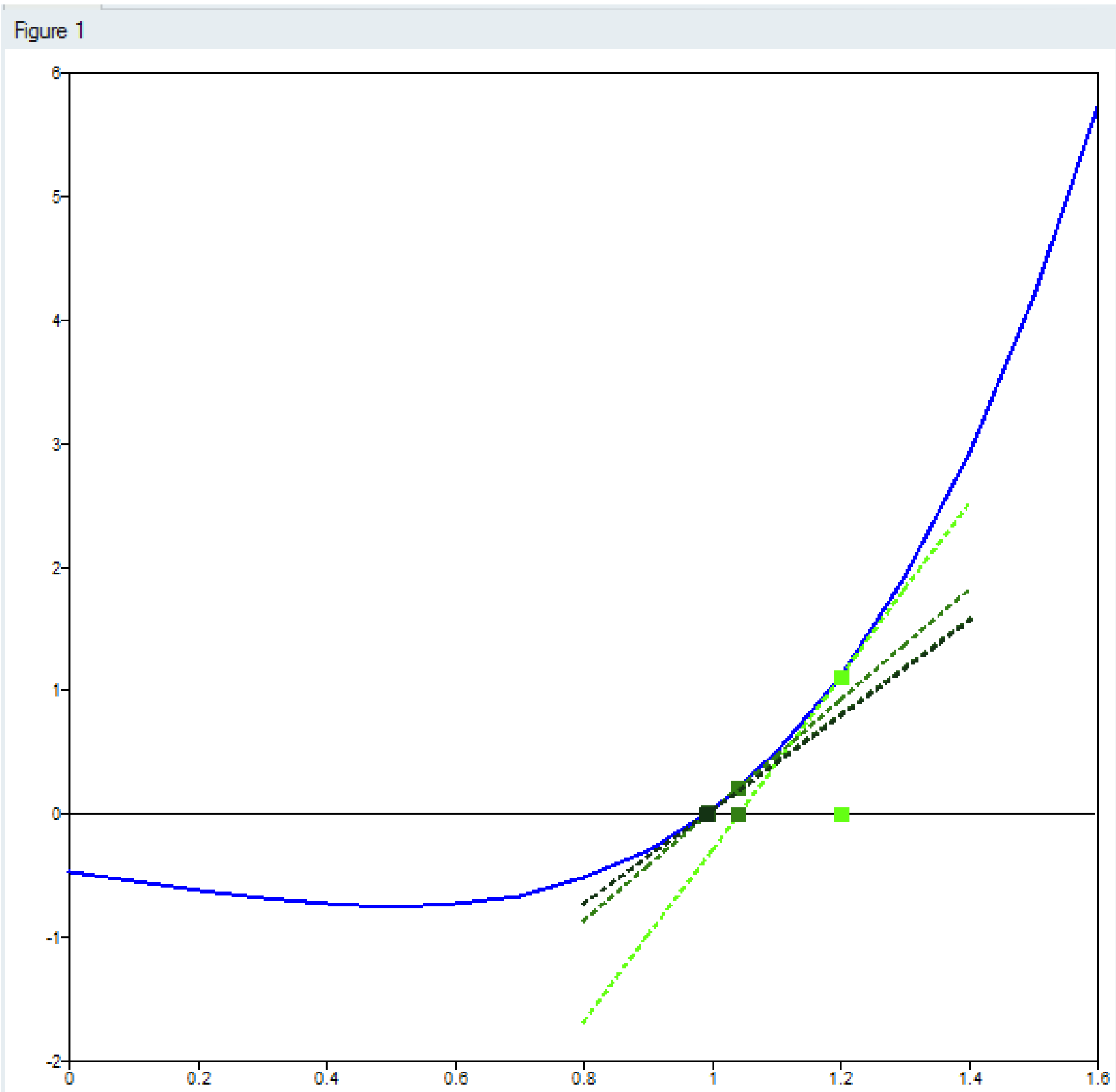

Figura 2 – Visualização gráfica do método

E retorna a raiz aproximada de cada iteração e seu erro absoluto:

```
Iteração 1: x=1.19876238210332040000, err=-1.13638478210332040000
Execution is paused. Press any key in the OML Command Window to continue...
Iteração 2: x=1.04047647853335050000, err=-0.97809887853335042000
Execution is paused. Press any key in the OML Command Window to continue...
Iteração 3: x=0.99366449954557667000, err=-0.93128689954557664000
Execution is paused. Press any key in the OML Command Window to continue...
Iteração 4: x=0.98980567056582669000, err=-0.92742807056582666000
Execution is paused. Press any key in the OML Command Window to continue...
Iteração 5: x=0.98978065609219745000, err=-0.92740305609219742000
Execution is paused. Press any key in the OML Command Window to continue...
```

Desta forma, pode-se ver a facilidade de implementação do método no Compose solidThinking.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Método de Newton-Raphson. Disponível em em:<http://www2.ufersa.edu.br/portal/view/uploads/setores/114/arquivos/matematica/calculo_numerico/met_newton_raphson.pdf>. Acesso em 29 de junho de 2018.

Método de Newton-Raphson. Disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Newton-Raphson>. Acesso em 29 de junho de 2018.